

Spiele aus mathematischer Sicht

(garantiert ohne Formeln)



3. Deutsche Spielautorentage
Weilburg 14.-16.03.2008

Jörg Bewersdorff

www.bewersdorff-online.de



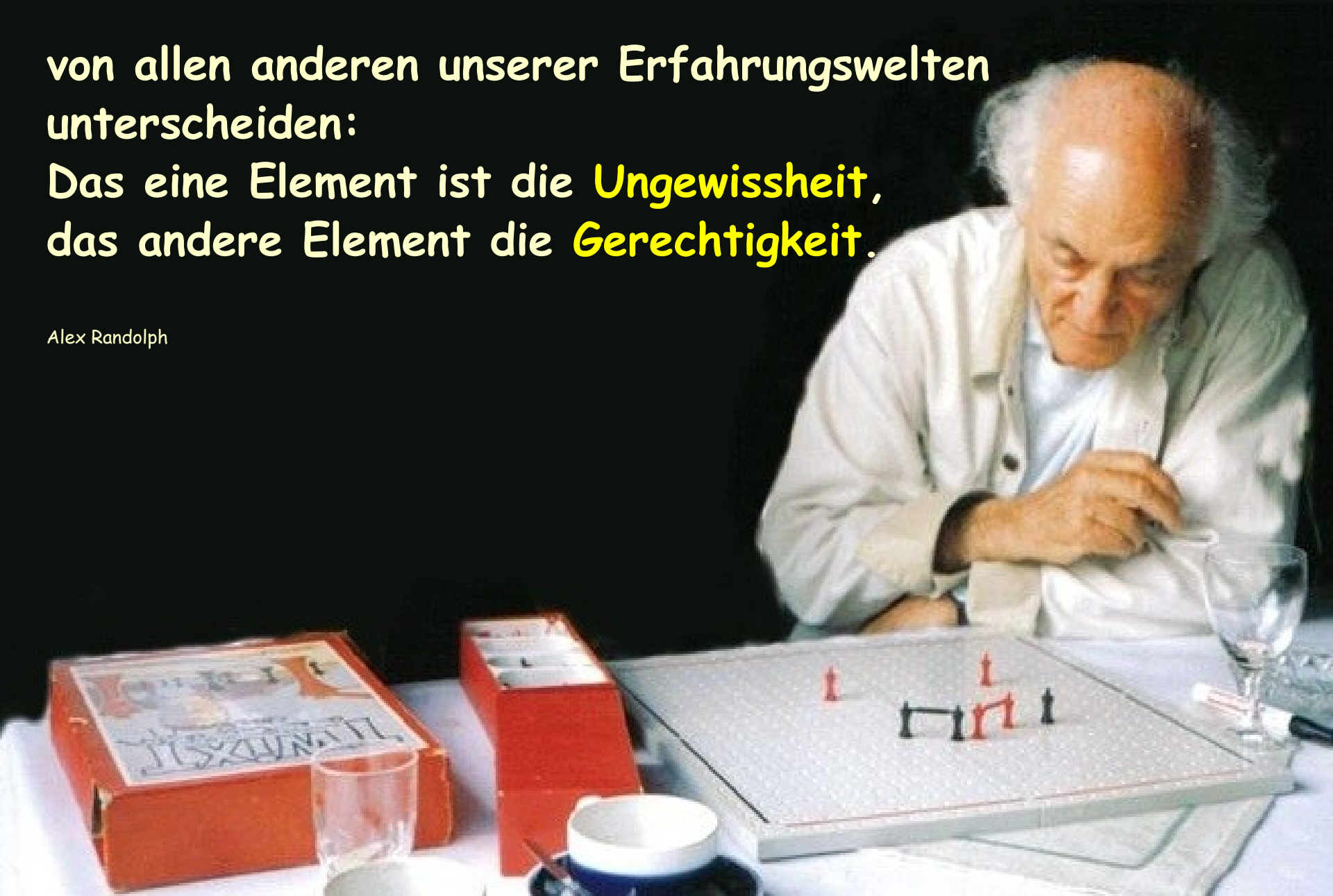
Gewidmet

Prof. Dr. Hans-Werner Bewersdorff

* Neuwied, 1. Aug. 1952 † Beeskow, 14. März 2008

Es gibt zwei Elemente, durch die sich Spiele
von allen anderen unserer Erfahrungswelten
unterscheiden:
Das eine Element ist die **Ungewissheit**,
das andere Element die **Gerechtigkeit**.

Alex Randolph



Ungewissheit

- Letztlich **die** Motivation zum Spiel, erzeugt sowohl
 - **Unterhaltung** und **Spannung** durch Abwechslung (beim Spielverlauf) wie
 - allseitige **Gewinnhoffnung** (= Hoffnung auf ein günstiges Spielende).
- Für diese Ungewissheit über Spielverlauf und Spielergebnis gibt es im wesentlichen drei verschiedene **Ursachen** ...

Ursachen der Ungewissheit

- **Zufall** (Würfeln, Kartenmischen ...),
- **vielfältige Kombinationen** von Zugmöglichkeiten zu Zugfolgen:
Beim Schach kann selbst ein „Matt in zwei Zügen“ ein anspruchsvolles Problem sein,
- **verdeckte/unterschiedliche Information:**
Jeder kennt nur seine eigenen Karten bzw. bei gleichzeitigen Zügen (wie z.B. bei „Papier-Stein-Schere“) nur seine eigene Aktion.

(Bei-)Spiele für Spieltypen ...

LOGIK

kombinatorische Spiele

Schach, Go

Backgammon

Diplomacy, Stratego, Geister

Skat

Mensch ärgere dich nicht

Poker

Papier-Stein-Schere

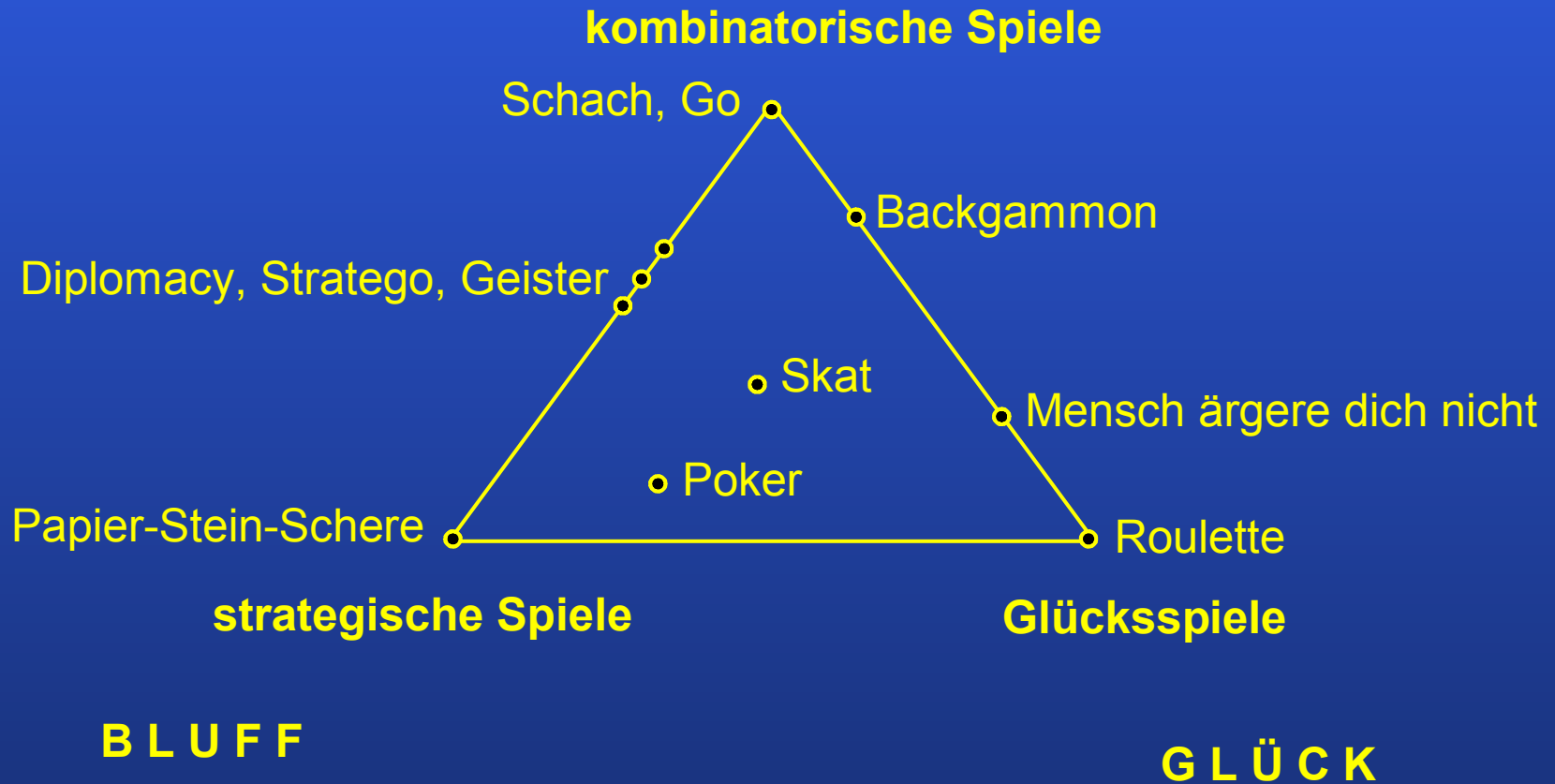
Roulette

strategische Spiele

Glücksspiele

BLUFF

GLÜCK



... und noch etwas aktuellere Spiele



SPANNUNGSDREIECKE / TRIANGEL-WERTUNG

Als Quintessenz dieser Überlegungen lässt sich für jedes Spiel ein Spannungsdreieck bilden (Triangel-Wertung), das auf einen Blick einen deutlichen Überblick über die charakteristischen Spannungsfaktoren geben kann:

Mechanismen:

G = Glück/Zufall

B = Bluff/Informationslücke

L = Logik/Kombinationsvielfalt

○ = normal

□ = Hauptfaktor nicht GBL, sondern z.B. Geschicklichkeit

Wertungen:

grün = Rennen

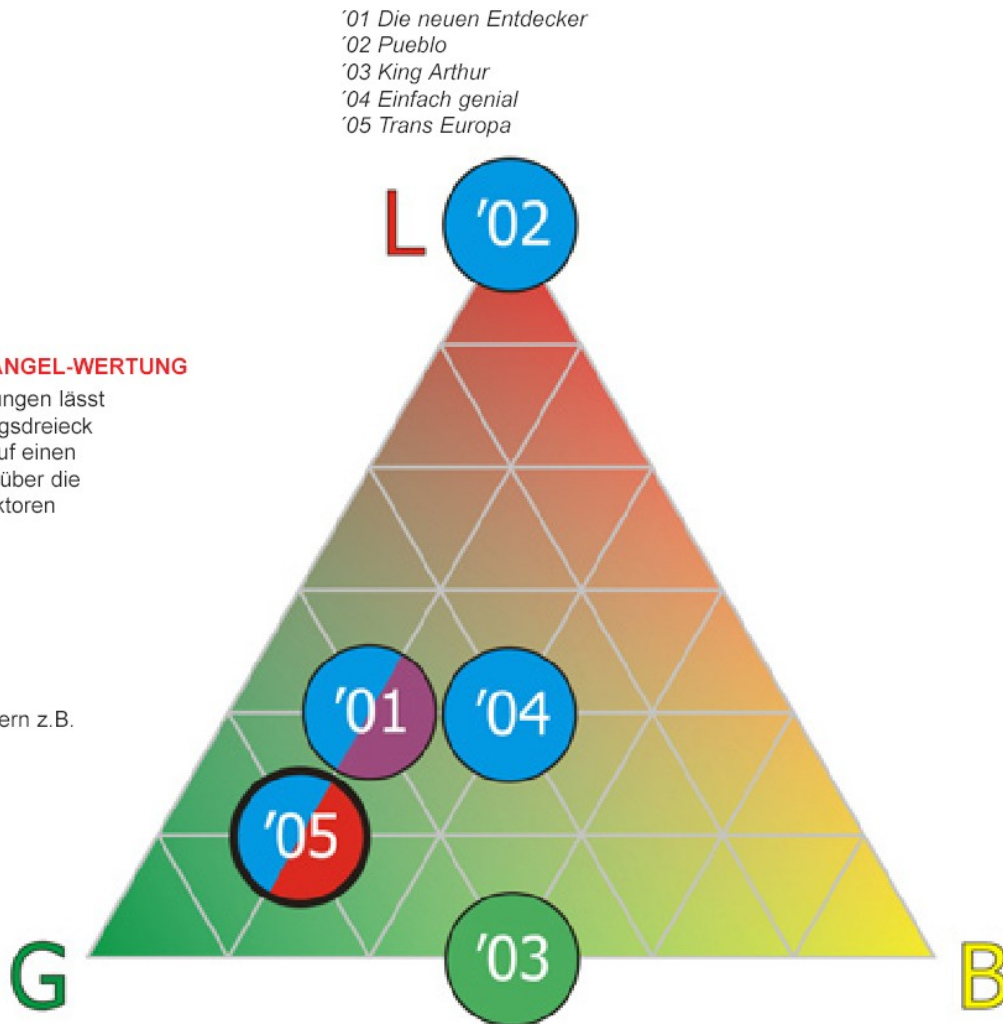
rot = Knockout

blau = Zählung

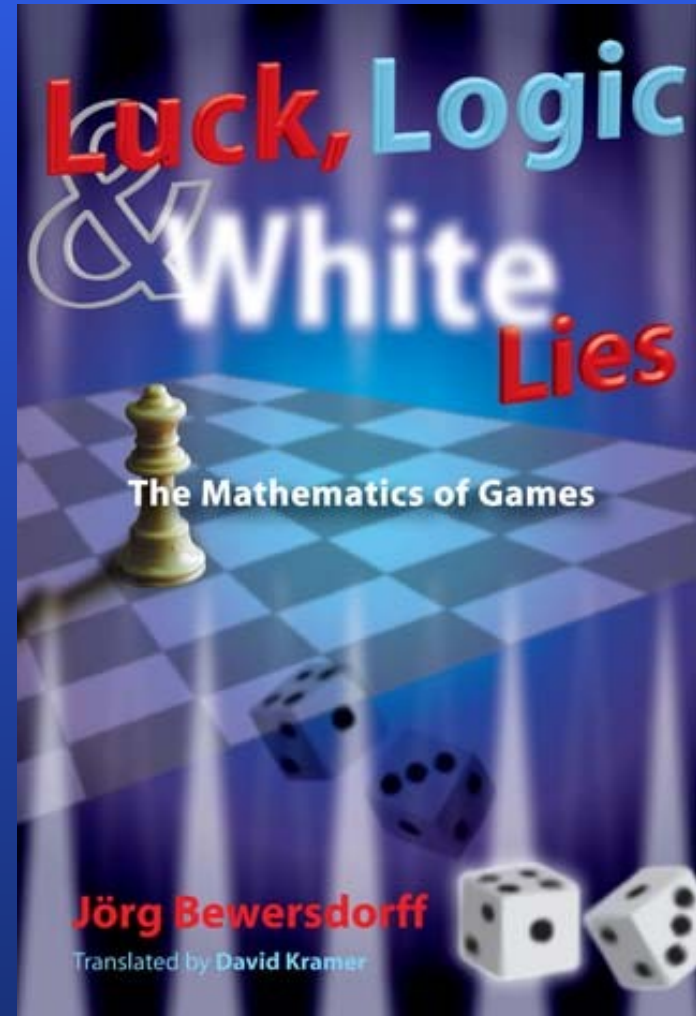
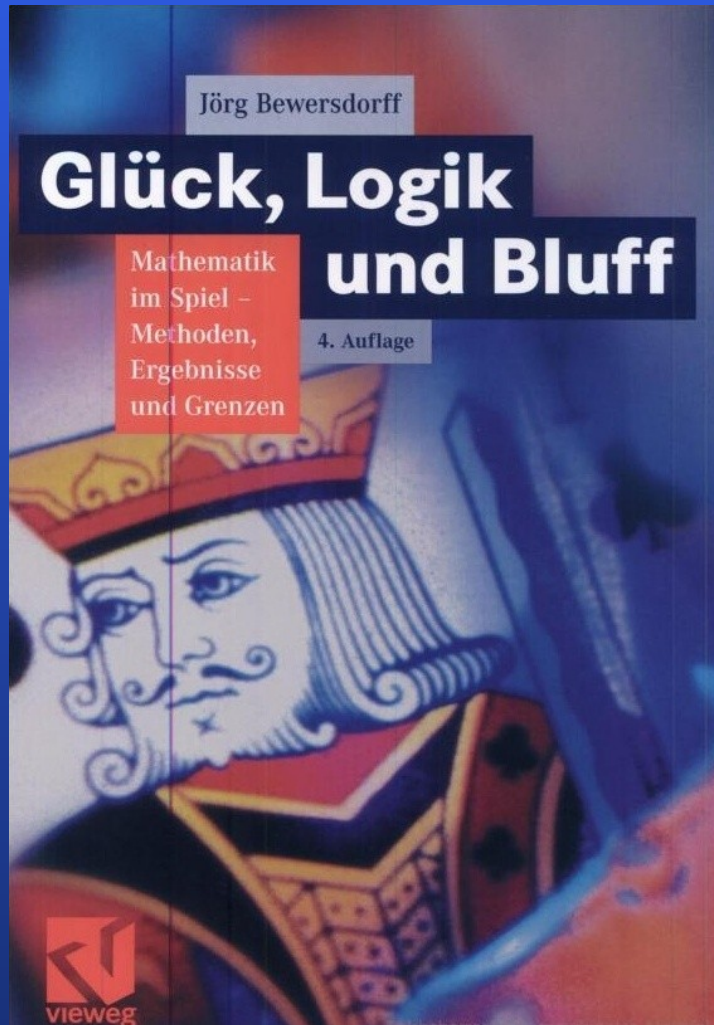
violett = Showdown

Runden:

○ = verstärkter Ring in schwarz



Gewonnen wird mit Glück, Logik und Bluff



Spiele aus mathematischer Sicht

- Habe ich Aussicht zu **gewinnen**, und wie groß ist sie? Wie lässt sie sich überhaupt quantifizieren?
- Welcher der aktuell möglichen Züge ist der **beste Zug für mich**?
- Sind **Züge** überhaupt untereinander **objektiv vergleichbar**?
- Ideales Testfeld („Gerechtigkeit“):
Symmetrisierte Spiele

Anwendungen von mathematischen Spiel-Analysen

- Realisierung gut (!) spielender Programme.
- Auslotung der theoretisch erreichbaren Resultate und des praktisch nicht überschreitbaren Qualitätslevels.
- "Ludographische" Klassifizierung.
- Mathematische Charakterisierung rechtlicher Einordnungen (insbesondere Abgrenzung von „Glücksspielen“ und „Geschicklichkeitsspielen“).
- Konstruktion von nachweisbar fairen und zweckmäßigen „Spielregeln“ z.B. für die Versteigerung von UMTS-Lizenzen.

Zufall ist rechtlich definiert als ...

... das Wirken einer unberechenbaren, der entscheidenden Mitwirkung der Beteiligten in ihrem Durchschnitt entzogenen Ursächlichkeit.

Rechtsprechung zum § 284 StGB (Strafbarkeit der Veranstaltung eines öffentlichen Glücksspiels ohne Genehmigung)

VG Wiesbaden ...

Schach gegen einen Computer wird — trotz der ausschließlich von der Logik beherrschten Spielregeln — zum Glücksspiel, wenn die Bedingungen so gesetzt werden, daß der Computer seine im Programm angelegte Überlegenheit ausspielen kann und der Durchschnittsspieler deshalb auch unter Aufbietung höchster Anspannung chancenlos ist.

VG Wiesbaden vom 10.10.1995 (5/3E 32/94, Gewerbearchiv, 1996, S. 68-69, Urteil zum § 33d GewO)

Unabhängiger Finanzsenat Wien ...



UNABHÄNGIGER
FINANZSENAT

Außenstelle Wien
Senat 21

GZ. RV/1662-W/06

Berufungsentscheidung

Der unabhängige Finanzsenat hat über die Berufungen des Dr. Wolfgang Leitner als Masseverwalter der Bw., 1010 Wien, Kohlmarkt 14, gegen den Bescheid gemäß § 201 BAO des Finanzamtes für Gebühren und Verkehrsteuern Wien vom 19. Mai 1994 betreffend Rechtsgebühren gemäß § 33 TP 17 GebG und Erhöhung für den Zeitraum 1. Februar 1994 bis 28. Februar 1994 entschieden:

1.) Der Berufung wird teilweise Folge gegeben und der angefochtene Bescheid abgeändert:

Die R
Euro :

Im Üt

2.) De
Erhöh

(Schil
S 43,:

Die Berufu
Möglichkeit,
Geldersatz
die im Rahr

© Unabhängige

IV.) Verwendete Literatur:

- Glücksverträge – Gewagte Geschäfte, online Lehrbuch Zivilrecht, Kapitel 12 der Online Barta: Zivilrecht – Grundriss und Einführung in das Rechtsdenken (<http://www.uibk.ac.at>)
- Jörg Bewersdorff, Glück, Logik und Bluff, Mathematik im Spiel – Methoden, Ergebnisse, Anekdota, Vieweg
- Gerhard Strejcek/Dietmar Hoscher/Markus Eder, Glücksspiel in der EU und in Österreich
- Dr. Rudolf Sieghart, Die öffentlichen Glücksspiele, Wien, 1899
- Erlacher, Glücksspielgesetz, Stand 1. Oktober 1997, 2. Auflage, Verlag Österreich
- Schwartz-Wohlfahrt, Glücksspielgesetz mit wichtigen Spielbedingungen, Manz Kurzkom
- Frank Höpfl, Zum Beweissthema der Abhängigkeit eines Spieles vom Zufall, Jahrbuch für Mathematik 1978,
- Christian Berti, Klaus Schweighofer, Österreichisches Strafrecht, Besonderer Teil I, Kur
- Ürek Vedat, Das Glücksspielstrafrecht und die Pokercasinos in Österreich, unveröffentlichte Diplomarbeit an der Universität Innsbruck
- Rita Danyliuk, Einmaleins der Kartenspiele, Humboldt, 2003
- Alexander B. Szanto, Poker, Ekarte und Starpoker, 12. Aufl., Perlen-Reihe
- Platinik, Richard F. Scheibb, Meister Poker, 1971
- Sven Pieper, Bärbel Schmidt, Kartenspiele, Reclam Taschenbuch, 1994
- Andy Bellin, Full House, Die Poker-Spieler und ihre Geheimnisse, Europa Verlag, 2002
- Homo ludens, Der spielende Mensch, V, Internationale Beiträge des Institutes für Spiel Spielpädagogik an der Hochschule "Mozarteum" Salzburg, Verlag Emil Katzenbachler, Mür 1995,
- Michael Monka/Mannfried Tiede/Werner Voß, Gewinnen mit Wahrscheinlichkeit, Statistik rororo Taschenbuch, 1999
- Prof. Dr. W.A. Wagenaar, Bluffen beim Pokerspiel, Reichsuniversität in Leiden

I.) Zur Gebührenpflicht dem Grunde nach

1. Zentrale Frage

Da § 33 TP 17 Abs. 1 Z. 7 GebG bei bestimmten Glücksspielen IS des § 1 Abs. 1 GSpG zur Rechtsgebühr führt, ist folgende Frage zentraler Thema dieser Berufungsentscheidung:

Seite 44

können entscheiden, ob sie Karten zukaufen wollen oder nicht. Die zugekauften Karten dürften offen vor den Spieler hingelegt worden sein. Die Karten des Spieler-Gebers werden dann aufgedeckt und er kann dann 1 Karte kaufen. Wenn der Spieler-Geber mit dem Kaufen der Karten fertig ist, werden die Karten der Gegenspieler der Reihe nach aufgedeckt und gegen das Blatt des Spieler-Gebers verglichen. Wer näher an der Punktezahl 9 ist, der Spieler oder der Spieler-Geber, der hat gewonnen. Auf die Kartenkombinationen der anderen Spieler hat das keinen Einfluss. Zum Beispiel Spieler-Geber und Spieler tätigen je einen Einsatz von 50, dann bekommt der, der gewonnen hat, 100. Jeder einzelne Spieler hatte ca. 5 Schilling pro Spielbox zu zahlen.

"Bluff" wie beim Pokerspiel kann es hier durchaus geben, allerdings nur zwischen Spieler und Spielergeber. Das resultiert aus den verdeckten Karten.

Ein Taktieren ist im Hinblick auf die Merkfähigkeit der Kartenkombinationen aller am Spiel beteiligten Spieler möglich – wie beim Black Jack, allerdings hier bezogen auf mehrere Spielrunden.

Nach Auskunft des Geschäftsführers gab es bei Lucky 9 Turnierspiele. Diese Turnierspiele wurden wie beim Poker nach einer eigenen Spielregel durchgeführt.

7.1. Spielstrategische Momente

Laut Bewersdorff, Glück, Logik und Bluff, 301 ff, Kapitel: Baccarat: Ziehen bei Fünf?: „Sehen wir uns die Spielchancen zunächst auf rein intuitiven Niveau an: Spieler und Bank haben nur dann Entscheidungen zu treffen, wenn beide Ausgangsblätter einen Wert von 0-7 ergeben. Um ein möglichst günstiges Blatt zu erhalten tun Spieler und Bank gut daran, bei niedrigen Werten eine dritte Karte zu ziehen; dagegen kann bei Werten von 7 oder knapp darunter meist auf eine Karte verzichtet werden. Speziell der Spieler muss allerdings bedenken, dass er mit seiner Entscheidung der Bank einen Hinweis auf die mutmaßliche Qualität seines Ausgangsblattes gibt. Da eine dritte Karte offen ausgeteilt wird, lassen sich diese Hinweise, wenn auch in Grenzen, gegebenenfalls sogar auf das Gesamtblatt übertragen. Insgesamt kann die Bank damit ihre Strategie immer dann erfolgreich anpassen, wenn die Handlungen des Spielers Rückschlüsse auf dessen Ausgangsblatt zulassen.“

Im Hinblick auf die Merkfähigkeit der Kartenkombinationen wurde gleichzeitig wie bei Black Jack eine so genanntes Zählsystem mathematisch entwickelt, um sich einen ungefähren, aber ausreichenden Überblick über die Kartenzusammensetzung des Kartenstapels zu verschaffen.

8.) Die Grundstruktur von Concord Aces

Von der Bw. wurde das Kartenspiel Concord Aces angeboten. Concord Aces gilt dem Black Jack ähnlich. Laut http://de.wikipedia.org/wiki/Black_Jack ist Black Jack das meistgespielte

© Unabhängiger Finanzsenat

Seite 47

aufgedeckte Karte. Hat der Spieler einen Black Jack (bestimmter Kartenwert) hat er das Spiel gewonnen. Er erhält seinen Einsatz zurück und darüber hinaus eine Gewinnauszahlung in Höhe des Eineinhalbfachen seines Einsatzes: zB 100 Euro Einsatz + 150 Euro Gewinn. Wenn die Bank jedoch ebenfalls mit einer 2. Karte einen Black Jack erreichen könnte, erhält der Spieler zunächst keine Auszahlung.

Die Autoren berechnen die bedingten Wahrscheinlichkeiten der Punktstände der Bank, mit denen sie ihr Spiel beendet, bzw. des Spielers um das Spiel zu gewinnen bzw. zu verlieren und kommen zu folgendem Schluss: Die Gewinnerwartung ist nur dann positiv, wenn bestimmte Spielregeln gelten und sofern sich der Spieler an bestimmte Spielregeln hält. Freilich ist die Gewinnerwartung unter den erwähnten Spielregeln nur unwesentlich größer als Null – sie liegt ungefähr bei einem Prozent. Black Jack ist das einzige bekannte Glücksspiel mit unter bestimmten Bedingungen positiver Gewinnerwartung für den Spieler. Black Jack ist im Vergleich zum Roulette das für den Spieler günstigere Spiel. Die „ultimative“ Black Jack Strategie hat emotional im Grunde wenig Prickelndes zu bieten: Die Bank muss sich wie ein Automat verhalten, und der Spieler sollte sich wie ein Automat verhalten, wenn er nicht verlieren will.“

Laut Bewersdorff, Glück, Logik und Bluff, 81 ff, Kapitel: Black Jack, Ein Märchen aus Las Vegas, haben die Spieler bei Black Jack, anders als beim Roulette einen erheblichen strategischen Einfluss, da sie entscheiden, ob sie noch weitere Karten ziehen wollen oder nicht. In der Literatur zu Black Jack wurde eine Strategie beschrieben, wonach ein Spieler ca. 3,3% bis 10% Gewinnchancen hat. Grundidee war es sich mittels eines so genannten Zählsystems einen ungefähren, aber ausreichenden Überblick über die Kartenzusammensetzung des Kartenstapels zu verschaffen:

„Diese Zählsysteme erfordern allerdings ein Höchstmaß an Übung und Konzentration, denn jede im schnellen Spielverlauf getroffene Fehlentscheidung geht im Mittel zu Lasten des Spielers. Nur wer ständig richtig zählt und seine Strategie entsprechend anpasst, kann seinen geringfügigen Vorteil gegen die Bank halten. Erfolgreiche Card-Counter dürften daher in der Masse der alles andere als optimal spielenden Durchschnittsspieler untergehen. Dass sich der minimale Vorteil zudem nur auf die Erwartung bezieht und durch Pech im Einzelfall zunichte gemacht werden kann, versteht sich von selbst.“

9. Die Gutachten im Einzelnen

9.1. April 1994: Bericht „Ein Vergleich der Geschicklichkeit in Spielen mit einem Hasardelement“ (Universitätsprofessor für Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematische Statistik, Dr. B.B. van der Genugten und Universitätsdozent für Spieltheorie, Dr. P.E.M. Borm, beide Katholische Universität Brabant, Tilburg, Niederlande),

© Unabhängiger Finanzsenat

Die Mathematik der Spiele

- **Zufall: Wahrscheinlichkeitsrechnung.**
Begründet u.a 1654 als "Glücksspieltheorie" durch Pascal und Fermat.
- **Kombinationsvielfalt:**
Diverse Bezüge zur Mathematik.
 - Seit 1970 (J.H. Conway) in Form der **Kombinatorischen Spieltheorie**.
 - Seit 1950 (Claude Shannon) und 1952 (Alan Turing) **Computerschach** etc.
- **Verdeckte Information: Spieltheorie.**
Anfänge: Émile Borel 1921, John v. Neumann 1926.
Begründet: J.v. Neumann / O. Morgenstern 1944.

Gerechtigkeit im Spiel: Mathematische Sicht ...

Herstellung des Ausgleichs durch

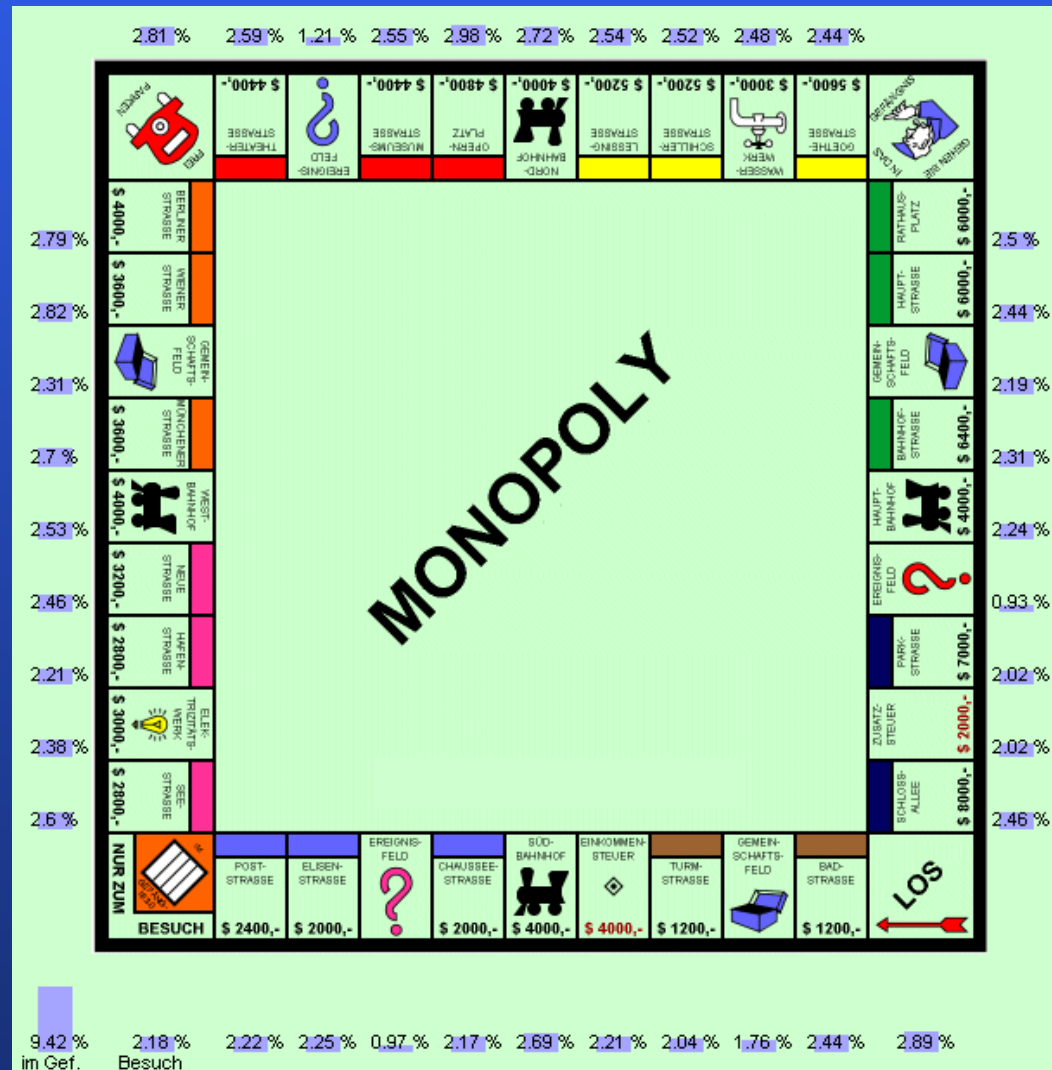
- Erhebung eines (wie berechenbaren?) „**fairen**“ **Einsatzes** bei einem reinen Glücksspiel.
- **Symmetrisierung** (Rollenvertauschung durch „Hin- und Rückrunde“) bei anderen Spielen:
 - Kann dabei ein guter Spieler einen **ausgeglichenes Spielergebnis** (Gesamtgewinn 0) **erzwingen**? (Mehr ist ohnehin nicht erzwingbar).
 - Wenn nicht: Ist der **Ausgleich** zumindest **in Bezug auf den theoretischen Durchschnitt** (eines zufälligen Spielergebnisses) erzwingbar?
 - Wie lassen sich die dafür notwendigen **Spielweisen** („Strategien“) dafür **finden**/berechnen?

... und die prinzipiellen Ergebnisse

- Kann ein idealer (Computer-)Spieler bei Symmetrisierung insgesamt einen Ausgleich erzwingen?
 - **Schach**: *Ja*.
 - **Backgammon**: *Ja* (in Bezug auf theoretischen Durchschnitt bzw. bei langen Partienserien).
 - **Papier-Stein-Schere, 2-Personen-Poker**: *Ja* (in Bezug auf theoretischen Durchschnitt bzw. bei langen Partienserien).
 - **3-Personen-Schach**: *Nein* (nur sog. Gleichgewicht, daher für intellektuelle Wettkämpfe ungeeignet).
 - **3-Personen-Poker**: *Nein* (nur sog. Gleichgewicht).

Konkret: Zum Beispiel Monopoly

- Auf dem **Opernplatz** landet man auf lange Sicht durchschnittlich **48%** häufiger als auf der **Parkstraße**.



- Edward Thorp gelingt 1961 die Berechnung einer **vorteilhaften Strategie gegen die Bank.**



Formel des Glücks

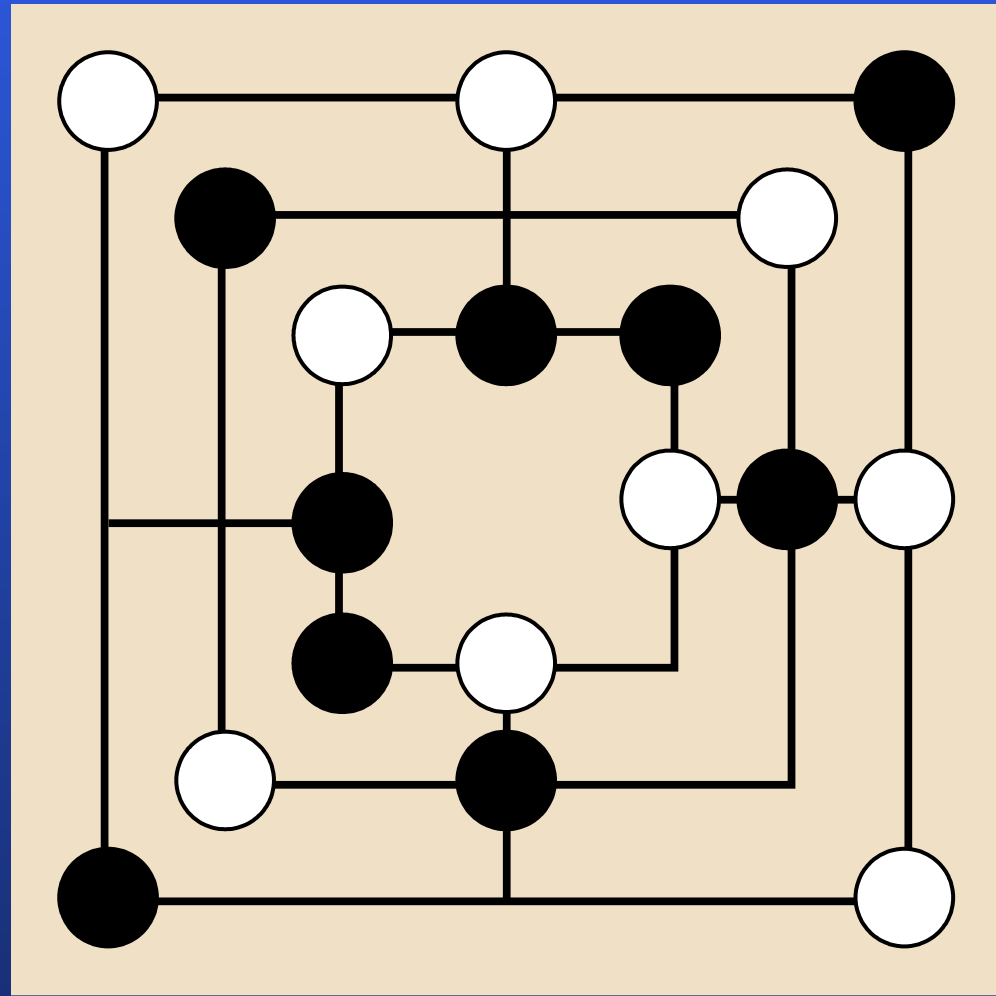
Thorp, der schon in die Millionen zählt, Schüler Nachbarn und Raketenautos schenkt.

29.04.1964 Seite 127

[illegible]

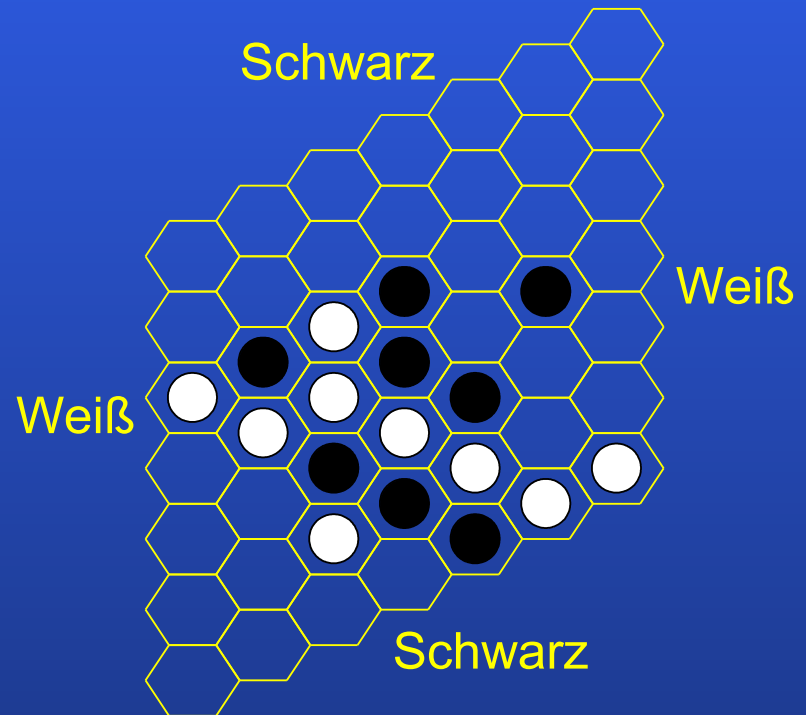
Konkret: Mühle

- Gasser und Nievergelt von der ETH Zürich haben 1994 mit einer Computer-Analyse bewiesen:
Mühle muss niemand verlieren !
- Übrigens:
Rechts verliert der Anziehende.

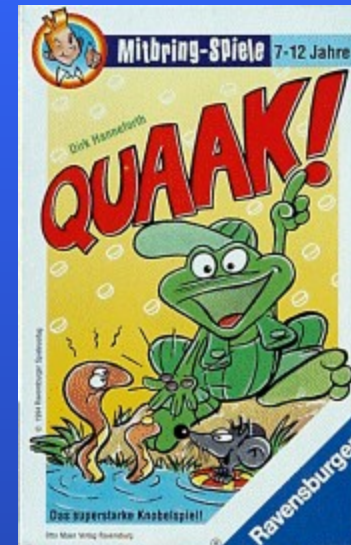


Konkret: Hex

- Der **Anziehende besitzt** bei jeder Feldgröße $n \times n$ eine **Gewinnstrategie** (John Nash 1948).
- Für genügend große Spielfelder wird man Gewinnstrategien (mit heutigen Computerarchitekturen) **nie berechnen können** (Stefan Reisch, 1979, Uni Bielefeld)




Konkret: QUAAK!



- (Sehr einfaches) Bluff-Spiel für 2 Spieler (Spielprinzip ähnlich "Hol's der Geier")
- **Optimale (Bluff-)Strategie**
- online abrufbar

QUAAK!


(C) Dirk Hanneforth, Ravensburger Spiele 1994, [Spielregeln und Infos zum Programm](#), [Minimax-Berechnung](#)




Chips
(Computer)

Nur zur Information:
Ihre aktuellen Chancen betragen ...

56.1 %



Ihre
Chips



Spielstand
(Saldo der gewonnenen Runden)

Wählen Sie Ihren Zug. Setzen Sie ...

... drei Chips

... zwei Chips

... einen Chip

... keinen Chip

Ihr Zug

Spielanalyse und -programmierung: [Jörg Bewersdorff](#)

Für Risiken und Nebenwirkungen mathematischer Erkenntnisse wird nicht gehaftet ...

www.bewersdorff-online.de: Für jene, die „Appetit“ bekommen haben

